ISSN-1880-4799 信州短期大学紀要，第 21 巻，1-5（2010.3）

論文

スモック技法を利用した織物の曲面形成について

篠原　昭（信州短期大学）
鮑　力民（信州大学繊維学部）

Wrapping Method of Sphere by a Smocked Woven Fabric

Akira Shinohara (Shinshu Junior College)
Limin Bao (Faculty of Textile Science and Technology, Shinshu University)

Abstract: It was already reported about how to wrap curved surfaces with woven fabrics under the conditions of non-tensile strain of composed yarns. In this study, we propose a new method to cover a sphere with a pleated rectangular fabric. A pleated fabric by smocked technique is shown schematically in Figs, 1~2. When the pleated fabric is elongated at a right angle to the pleats, a series of rhombic cells are composed as shown in Fig. 3. Fig. 10. shows the series of rhombic to put on the sphere’ s equator. The series of rhombic on either side of the central ones are strained along the meridians, and the tops of each rhombic are concentrated in the sphere’ s polar opposites. As a condition to meet this relation, we demonstrated theoretically that 9 rhombic on each series, ei. 27 rhombi are essential.

Keywords: sphere, smock, pleats, rhombic cell.

1　緒　論

織物で曲面を形成するときに、（1）しわがよらない、（2）糸が伸縮しない、という二つの条件をつけると、たて糸とよこ糸との交差角を直角から変位させるだけで可能になる。平面変形はアフィン変換で記述できる。これは一様な剪断変形である。この平面変形は円筒面のような可展面にもそのまま拡張できる。非可展面については剪断角が位置の関数となる。数学の分野でチェビシェフ・ネエットとして扱はれているものと類似している。この問題を最初に数学的に解析したのは森口繁一（1947）である。これの歴史的展望については別にまとめた[1]ので詳細については省略する。

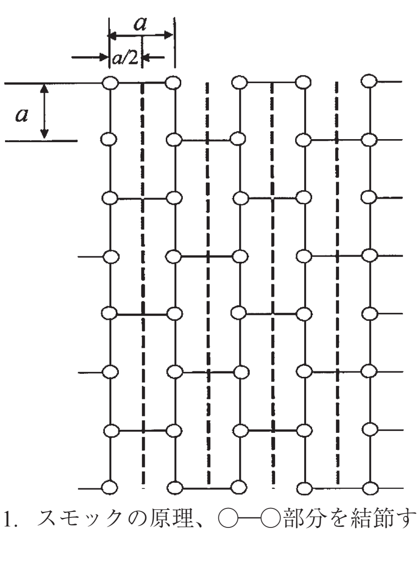


図 1．スモックの原理、○—○部分を結節する

篠原[2]はこの問題についての解析をいくつかの境界条件のもとで行い、成書にまとめている。高寺、篠原ら[3]はたて・よこ糸の方向に辺をもつ 15 枚の正方形織物片を縫合し、球面に近い、やや偏平な軸対称凸曲面を包むことができることを報告した。

正方形の織物片を菱形に剪断変形させる技法は和裁の方では古くから行われて来ている。本稿では別の視点からこの種の問題を考えた結果について報告する。

2　スモックについて

図 1 のように、織物のたて（またはよこ）糸方向に引いた間隔 a の直線がひだ（襞）山、その中間に点線で示したところが谷底になるように折り畳むと、図 2 のようなひだとなる。ひだの深さ（高さ）$a/2$ はである。このひだ山の尾根に沿って第 1 と第 2 の尾根を間隔 a ごとに糸で縫い留める。以下同様な操作を行う。図 1 の織物の平面上で、その結節する部分を○—○で示した。○印のところを互に引き寄せて縫い留める。図 2 はこれを立体

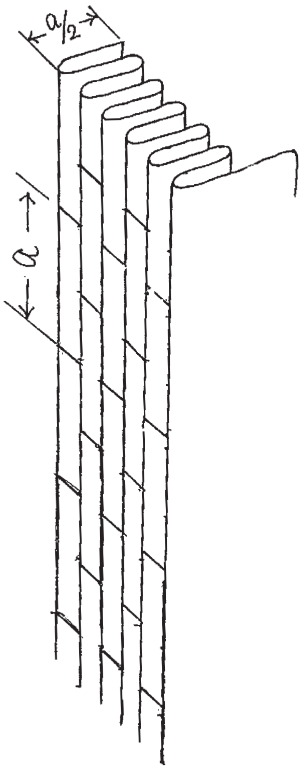


図 2. 結節前のひだ、横線部分を結節

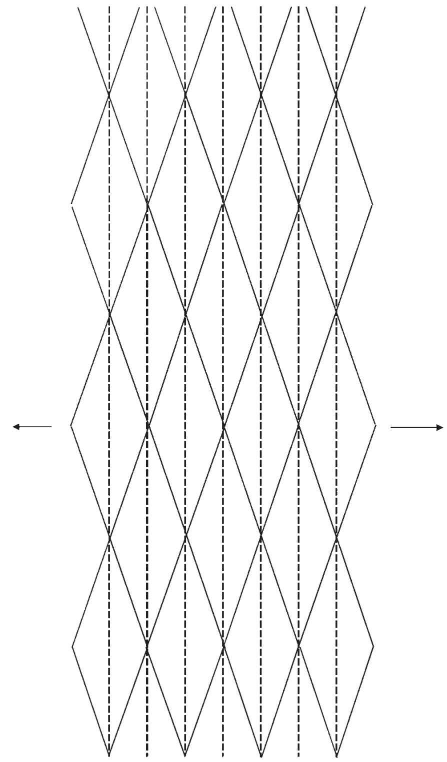


図 3. スモックしたものをひだ山に垂直方向に伸長する

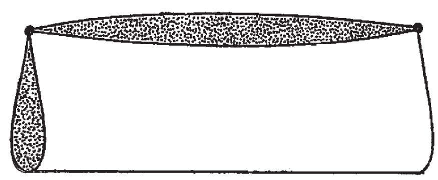


図 4. 厚さと剛性のある紙で作った菱形部分の模型

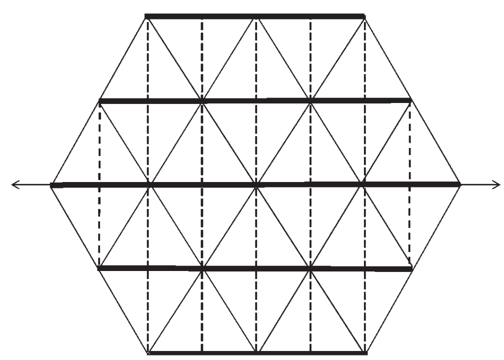


図 5. 極限まで伸長したときの部分図横方向の太線は隆起した部分

的に示したものである。これは洋裁の方で seed smocking と呼ばれている技法である。

以下この状態を幾何学的に解析するため、現実の織物を模型化し、糸は太さ 0 の線従って厚さも 0 という数学的な仮定を置くこととする。そのため折り目などはすべて直線となり、ひだ山は曲率が無限大となる。このように仮定すると、図 2 の状態からひだ山の尾根に直角な方向に一様に引張ったときの平面図は図 3 のようになる。図 1 の $a \times 2a$ の単位長方形が 1 辺 a の菱形に変化する。この図の菱形の鋭角の方の頂角は約 30 度としてある。直線だった尾根はジグザグ状になり、谷底は点線で示したように直線である。実際のものは菱形の丸みのある底をもった小船のように見える。

これを更に引張ると菱形の頂角は 60 度に近ずき、短い対角線の方向に底部が盛り上ってくる。この隆起はカタストロフィックに起きる一種の飛び移り（snap through）現象である。図 4 のように長方形の紙で作った模型で確かめることができる。数学的模型では菱形部分は二つの正三角形に分れた形となる。平面的には正三角形を敷き詰めたタイルのようになる。図 5 はこれを示したものである。太線で示したのが隆起したひだによる尾根であり、実線はひだの尾根である。点線は面と直角方向にジグザグ状になっている。正三角形の底部は窪んだ形になっている。手芸で honeycomb smocking と呼ばれている技法はこれである。図 5 からもわかるように正にハネカムである。この正三角形に見える部分の立体図

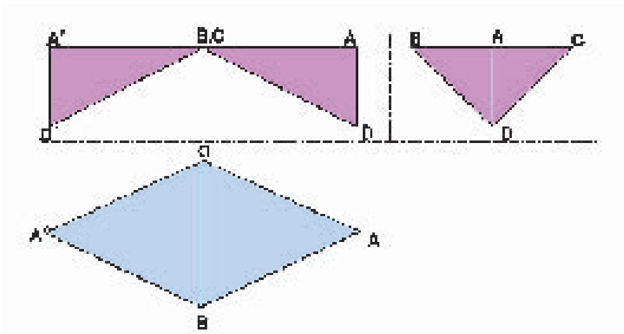


図 6.　菱形部分の立体図

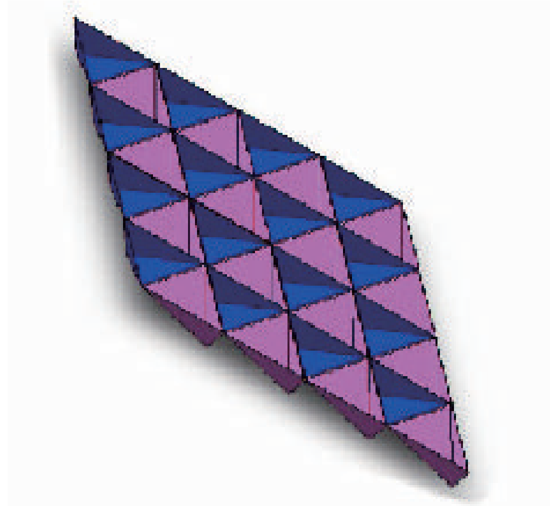
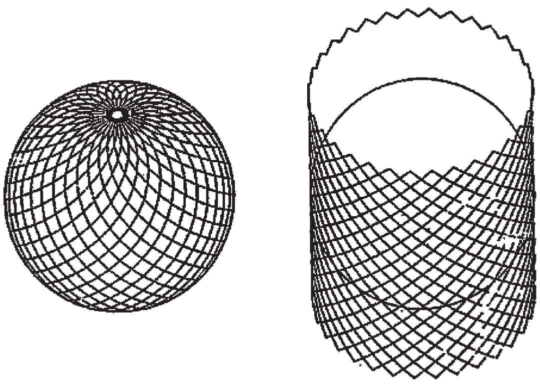


図 7.　斜め上から見たときの画像



（1）　　（2）

図 8.　織物で球を包む原理図
（2）の円筒状のもので球を包むと（1）のようになる

（1）　　（2）

図 9.　正方形メッシュのネットで球を包む
（1）側面　（2）極の部分

を図 6 に示した。A、A′ はひだの結節点、BC は隆起した尾根部分、AC、BC と A′ B、A′ C はひだの尾根部分に対応する。図 7 はこれを画像で示したものである。正三角形あるいは正六角形といっても、これはあくまでも平面図を見た場合であって、実際は図 6 のように立体的であり、当然凹凸のあるものである。

3　球面を包む

図 8 は球の赤道上に正方形の対角線が一致し、極に向って剪断角を大きく絞って、織物で球を包んだ場合の画像である。糸の太さを無視したものである。これは球と同じ直径の円筒状の織物を極に向って絞る場合の数学的な模型である。球を完全に包む円筒の高さは球の直径の約 1.3 倍である。このとき球面上の 1 本の線に注目すると、たて・よこ糸の長さ s での交差角 α は

$$\cos \alpha/2 = \mathrm{dn}\,\frac{s}{R} \qquad (1)$$

で表わせる。R は球の半径、dn はヤコビの楕円関数である[2)]。太さのないたて糸・よこ糸によって囲まれた 4 辺形の大きさは、数学的意味で微小である。実用的にはこの単位胞は巨視的な大きさであるが、この場合でもアナロジカルに考えることが可能である。そのときどこまで大きな単位胞になるかを示したのが文献（3）である。

織物の糸密度の逆数すなわち正方形単位胞の 1 辺の長さを l とすると、対角線の長さ $\sqrt{2}\,l$ は $2R\pi/5$ としたとき最大となる[3)]。これは図 9 のような網に球を入れた場合に相当する。図の（1）は赤道に向って見たものであり（2）は極の上方から見たものである。極から見ると球面上の正五角形状である。この方法では上に示した単位正方形 15 枚で球を包むことができる。ネットに囲まれた 4 辺形を織物片と考えればよい。

この発想を敷衍して、網の糸の代りにスモックして隆起したひだを用いて 1 枚の織物で球を包もうというのが本稿の目的である。

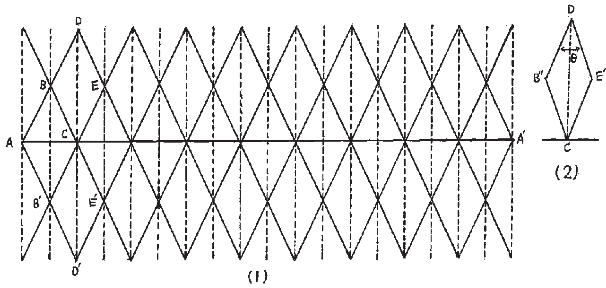


図 10　（1）スモックしたもので球を包む原理図
（2）2 段目の菱形の変形した状態

図 5 は数学的に最大の変位状態を示したもので、菱形の鋭角の内角が 60 度になるが、実際の織物では当然厚さがあり、曲げ剛性等も無視できないので、いろいろ試した結果おおよそ 50 度が限度とみなすのが妥当と考えられる。図 10 は頂角 50 度の 2 等辺三角形からなる菱形が 3 列横に並んだ場合を図示したものである。赤道上を横に並列する頂角 50 度の菱形を n 枚とすると、この上と下に重なる菱形もそれぞれ n 枚となり、合計 $3n$ 枚の菱形で球を包もうというのである。この n をいくつになるかを求める。図 10 の（1）は $n = 9$ の場合である。n は当然正の整数である。

球の半径を R、菱形の赤道上にある対角線すなわち 2 等辺三角形の底辺の長さを b とすると

$$b = 2R\pi / n \tag{2}$$

となる。赤道上に並ぶ菱形の上と下に隣接する菱形は平面的には赤道上のものと合同であるが、球面上では剪断変形し、子午線の方向に伸長、頂角が小さくなる。その状態を図 10 の（2）に示した。この場合も辺の長さは不変である。変形した菱形の長い方の対角線の長さが球の大円の周長の 1/4 になるものと仮定すると、頂角（図 10−（2）の∠B″DE″の）θ は

$$\theta = 2\cos^{-1}\left(\frac{n}{4}\sin 25°\right) \tag{3}$$

となる。$\theta < 50°$ であるから、これを満たす整數 n は 9 しかあり得ない。そのときの θ は約 36 度である。一方球面三角法的に考えると

$$\theta = 360° / 9 = 40° \tag{4}$$

となる。どちらをとるかを厳密に検討しても本研究ではあまり意味がないので、大雑把に両者の算術平均をとると、$\theta = 38.03$ 度、約 38 度となる。実際に紙の模型で調べても妥当な数字である。$n = 9$ とすると、スモックした菱形 27 ケで球を包むことができる。頂角を 50 度としたが、これが多少増減しても $n = 9$ として扱えることを実験で確認した。図 11 は晒の白生地に図 1 の格子を a ＝3cm　で描いたもので軟式野球のボールを包んだ場合である。n が 9 となるのは球の大きさに関係なく成り立つものであり、これは正方形の小片 15 枚で包む場合と同様、この方式で包むときの最小の単位胞の数である。

図 11．スモックした織物で球を包む

本稿の冒頭に球を包む条件として「しわがよらない」ことを挙げたが、このスモックによる方法は、逆に織物に序め規則的にしわ（ひだ）を作っておくものである。従って球を包んだ表面に凹凸のあるものとなり、赤道上に隆起した尾根ができ、正三角形に近い 2 等辺三角形が正六角形状の形に並ぶことになる。この発想は日本に昔から伝わる薬玉（くす玉—薬を入れる袋）から得たものである。薬玉を無地の織物で作ると見栄えのしないものになる。そのためか昔から美しい模様の生地を使い、近ごろではスパンコールのような反射材をはり付けたものなど色々な工夫がされている。

4　まとめ

皮革で球面あるいは軸対称凸曲面を構成するには、硬式野球のボール、バレーやバスケットのボール、ラグビーのボールなどは、平面状の皮革を裁断し、それを逢い合わせている。従って平面状の皮革を塑性変形させている。一方、和裁でお手玉などを作るときは、たて・よこ方向に裁断した長方形を基本とした直方体の展開図形を縫い合わせて作っている。坂之上[4] はこれを四角ボタンと呼んでいる。ボタンは牡丹であろう。紙で作ると立方体になるが、織物では中綿を詰めたり、小石や小豆を入れたりすると球に近い閉曲面になる。これは織物が剪断変形するものであって、決して皮革のような塑性変形ではない。この種の作り方—展開図形—は他にも色々伝えられている。地方によってお手玉の呼称は違っていて、

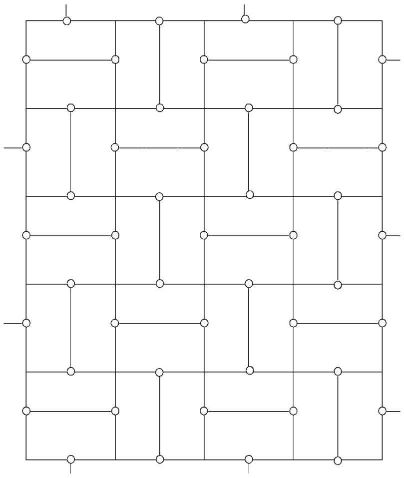


図 12. たて、よこにスモックする場合の結節法

図 13. 実際の製品（市販品）

「なんご」とか「おじゃみ」とも言うらしい。近ごろはこの手法で作った「おじゃみ座布団」なども市販されている。

このような日本の伝統的な裁断方法に一貫していることは、織物をたて・よこ糸方向に裁断する点である。着物はもとより、あらゆる和装品についてこのやり方は鉄則となっている。例外は足袋くらいなものである。この点が洋裁との大きな違いである。これは織物が貴重品であった時代に、何度も縫い直して利用するのに都合がよかったからであろう。

本研究もこの発想のもとに行われたもので、スモックという洋裁の手法を和裁に応用したものである。文献[3]ではたて・よこ糸方向に辺を持つ 15 枚の正方形の織物片を縫い合わせて球面に近いものを作る在来の方法の理論的裏付けをしたが、本報では長方形の織物をスモックしてひだを作り、そのひだで構成された菱形 27 枚で球を包めることを示した。なお文献 2 の方法では表面積の約 1.3 倍の大きさの織物が必要であり、文献 3 の方法では 0.94 倍の大きさであった。この場合はやや偏平な軸対称回転面になったのに対し、本稿の方法では約 4.2 倍の織物が必要となる。

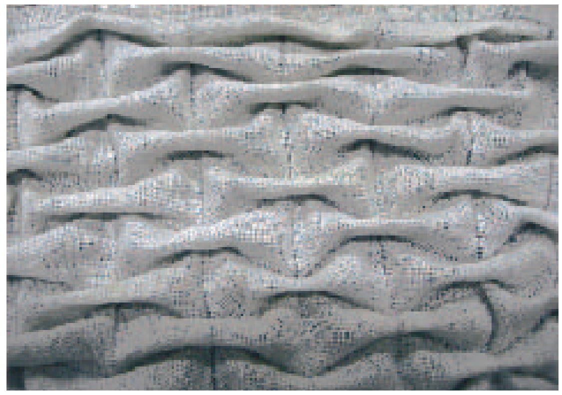


図 14. スモックした織物の裏側（図 3 の裏側に対応）

5　今後の研究の予報

図 12 のように縦・横交互にスモックする技法がある。出来上ったものは図 13 のように恰も平織のような外観となる。球を包む場合は菱形になる面を表にしたが、その裏は図 14 のようになる。交互にスモックする場合はこの裏側が平織のようになる。この平織状のたて・よこ方向は織物のたて・よこ方向とほぼ 45 度をなす。婦人のボンネット（帽子）やドレスに部分的にこれを用いたものなどを街頭で見掛けるし、クッションなどにも使われている。これの数学的な解析についてはいずれ報告することを予報しておく。

［投稿 2009 年 10 月 22 日、受理 2009 年 12 月 25 日］

参考文献

(1)　篠原　昭：繊維集合体研究の歩み—1950 ～ 1960 年を中心として、繊維機械学会誌、62、80（2009）
(2)　篠原　昭：「衣服の力学」第 2 章、光生館（1997）
(3)　高寺政行・清水義雄・篠原　昭：織物の多面体による球面の構成、繊維学会誌、59, 76（2003）
(4)　坂野上登美：生活が生んだ裁縫Ⅴ、衣生活、27、NO, 6（1984）